ძვირფასო სტუდენტებო,
დავალების შესრულების დაწყებამდე,
გთხოვთ ჯერ გაეცნოთ განმარტებით წერილს

მათემატიკა ეკონომიკისა და ბიზნესისათვის 1

დავალება № 4 (ნაწილი I). წრფივი ფუნქცია და მისი გამოყენება ეკონომიკაში.

ქვემოთმოყვანილ ცხრილში მოცემულია სავარჯიშოები აღებულია სილაბუსში მითითებული [2] სალექციო კურსიდან, კერძოდ, ლექცია 4-ის ბოლო პუნქტში მოყვანილი სავარჯიშოებიდან. გამუქებულია იმ ტიპური სავარჯიშოების ნომრები, რომელთა ამოხსნები გადმოცემულია აქ. გაეცანით ამ ამოხსნებს, დანარჩენი სავარჯიშოები კი შეასრულეთ დამოუკიდებლად.

სავარჯიშოების პირობები და პასუხები იხილეთ [2]-ში.

სავარჯიშოები №

2-1,4,5,7,12,15	2-2,6,8,13	3	4	5	6-1	6-2	10	11	12
13	14	15-ა,ბ	15-გ,დ	16-ა,ბ	16-გ,დ	18	19	20	21
23	24	25							

ტიპური სავარჯიშოების ამოხსნა

2-1.
დაწერეთ იმ წრფის განტოლება რომლის დახრის კოეფიციენტია 3 და y - გადაკვეთაა -2 .
ამოხსნა.
ამოცანის პირობების გათვალისწინებით, $y = mx + b$ წრფის განტოლებაში $m = 3$ და $b = -2$, ე.ი $y = 3x - 2$.
პასუხი: $y = 3x - 2$.

2-4.
დაწერეთ იმ წრფის განტოლება რომლიც გადის $(-2;\ 4)$ წერტილზე; დახრის კოეფიციენტია -1 .
ამოხსნა.
ვიცით, რომ წრფე რომელიც გადის $(x_0\ ;\ y_0)$ წერტილზე და რომლის დახრის კოეფიციენტია m , განტოლებით ასე ჩაიწერება: $y - y_0 = m(x - x_0)$. ჩვენ შემთხვევაში: $m = -1$, $x_0 = -2$ და $y_0 = 4$. ე.ი $y - 4 = -(x + 2)$, აქედან $y = -x + 2$.
პასუხი: $y = -x + 2$.

2-5.
დაწერეთ იმ წრფის განტოლება რომლიც გადის $(2;\ 1)$ და $(1; 6)$ წერტილებზე.
ამოხსნა.
ცნობილია, რომ $(x_1\ ;\ y_1)$ და $(x_2\ ;\ y_2)$ წერტილებზე გამავალ წრფის განტოლებას აქვს სახე: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$. თუ ჩავსვამთ ჩვენს მონაცემებს, გვექნება: $y = -5x + 11$.
პასუხი: $y = -5x + 11$.

2-7.

დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომლის x- გადაკვეთაა 1; y- გადაკვეთაა 6.

ამოხსნა.

ამოცანის პირობების გათვალისწინებით, აღნიშნულ წრფეს ღერძთა მონაკვეთებში ექნება სახე:

$\frac{x}{1}+\frac{y}{6}=1$

პასუხი: $\frac{x}{1}+\frac{y}{6}=1$.

2-12.

დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც გადის $(1;2)$ წერტილზე და პარალელურია $y = 3x - 5$ წრფის.

ამოხსნა.

ვიცით, რომ წრფე რომელიც გადის $(x_0\,;\ y_0)$ წერტილზე და რომლის დახრის კოეფიციენტია m, განტოლების სახით ასე გამოისახება: $y-y_0 = m(x-x_0)$. ჩვენ შემთხვევაში, $y-2 = m(x-1)$, აქედან $y = mx + 2 - m$; წრფეთა პარალელობის პირობიდან $m = 3$; ე.ი $y = 3x-1$.

პასუხი: $y = 3x-1$.

2-15.

დაწერეთ იმ წრფის განტოლება,რომელიც გადის $(-1;-2)$ წერტილზე და მართობულია $2x+5y+8 = 0$ წრფის .

ამოხსნა.

$2x+5y+8 = 0$ წრფის დახრის კოეფიციენტი $m = -\frac{2}{5}$; $(-1;-2)$ წერტილზე გამავალი წრფე, რომლის დახრის კოეფიციენტია m, განტოლების სახით ასე ჩაიწერება: $y + 2 = m(x + 1)$; წრფეთა მართობულობის პირობის გათვალისწინებით, გვექნება: $y + 2 = \frac{5}{2}x+\frac{5}{2}$. აქედან $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$.

პასუხი: $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$.

4.

წრფის დახრის კოეფიციენტების გამოყენებით დაამტკიცეთ, რომ ოთხკუთხედი წვეროებით $A(1;1)$, $B(7;4)$, $C(5;10)$ და $D(-1;7)$ პარალელოგრამია.

ამოხსნა.

ცნობილია, რომ: „თუ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად პარალელურია ასეთი ოთხკუთხედი პარალელოგრამია". განვიხილოთ მოცემული ოთხკუთხედის AB და CD მოპირდაპირე გვერდები; მათი შემცველი წრფეების დახრის კოეფიციენტები, შესაბამისად, იქნება: $m_1 = \frac{4-1}{7-1} = \frac{1}{2}$, $m_2 = \frac{10-7}{5+1} = \frac{1}{2}$. რადგან დახრის კოეფიციენტები ტოლია, ამიტომ ოთხკუთხედის AB და CD გვერდები პარალელურია (პარალელურ წრფეებზე მდებარეობენ); ანალოგიურად მტკიცდება, რომ BC და AD გვერდები პარალელურია(პარალელურ წრფეებზე მდებარეობენ). მართლაც, BC წრფის დახრის კოეფიციენტია $m_1 = \frac{10-4}{5-7} = -3$, ხოლო AD წრფის - $m_2 = \frac{7-1}{-1-1} = -3$. ე.ი მოცემული ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

პასუხი: ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

6-1.

წრფის დახრის კოეფიციენტის გამოყენებით დაადგინეთ, მდებარეობს თუ არა მოცემული წერტილები ერთ წრფეზე : $(1;1)$, $(3;9)$ და $(6;21)$.

ამოხსნა.

$(1;1)$ და $(3;9)$ წერტილებზე გავლებული წრფის დახრის კოეფიციენტი $m_1 = \frac{9-1}{3-1} = 4$; $(1;1)$ და $(6;21)$ წერტილებზე გავლებული წრფის დახრის კოეფიციენტი $m_2 = \frac{21-1}{6-1} = 4$; რადგან დახრის კოეფიციენტები ტოლია და ამ წრფეებს აქვს საერთო წერტილი, ამიტომ ეს წრფეები შეთავსებულია; ე.ი. სამივე წერტილი ერთ წრფეზე მდებარეობს.

პასუხი: მოცემული წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობს.

10.

იპოვეთ t -ს მნიშვნელობები, რომლთათვისაც $(-2;\ t-1)$ და $(t + 2;\ 1)$ წერტილებზე გამავალი წრფის დახრილობა არის დადებითი.

ამოხსნა.

$(x_1\,;\,y_1)$ და $(x_2\,;\,y_2)$ წერტილებზე გავლებული წრფის დახრის კოეფიციენტი ასე გამოისახება: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$;
თუ შევიტანთ მოცემულ მნიშვნელობებს, გვექნება: $m = \frac{1-t+1}{t+2+2} = \frac{2-t}{t+4} > 0$, ინტერვალთა მეთოდის გამოყენებით გვაქვს

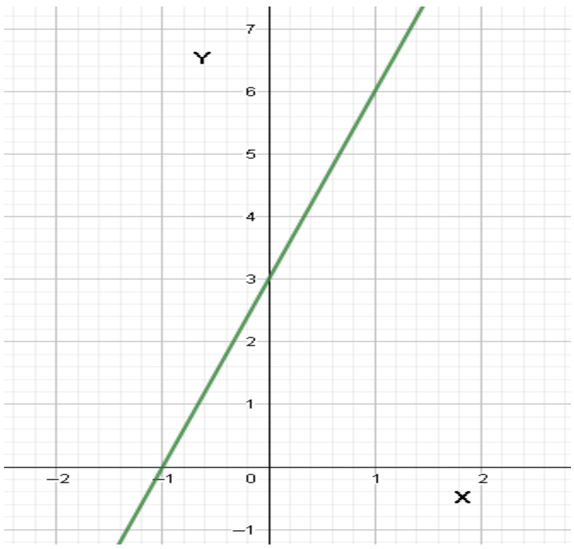
-　　　　　　+　　　　　　-

- 4　　　　　　**2**

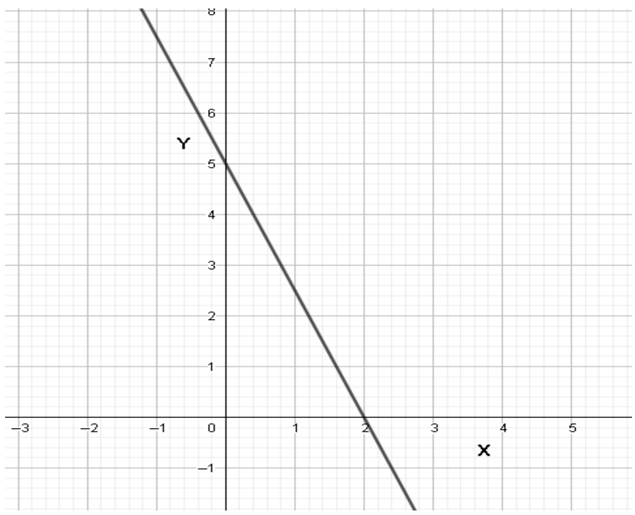
ე.ი. $-4 < t < 2$.
პასუხი: $-4 < t < 2$.

12.
იპოვეთ იმ წრფის განტოლება, რომელიც მართობულია $A(1;\,4)$ და $B(7\,;\,-2)$ შემაერთებელი წრფის და ჰკვეთს მას AB მონაკვეთის შუაწერტილში.
ამოხსნა.
დავწეროთ $A(1;\,4)$ და $B(7;-2)$ წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება: $\frac{x-1}{7-1} = \frac{y-4}{-2-4}$;
ე.ი. $y = -x + 5$. ამ წრფის დახრის კოეფიციენტია -1. AB მონაკვეთის შუაწერტილის კოორდინატები იქნება: $x = \frac{1+7}{2} = 4$ და $y = \frac{4-2}{2} = 1$. AB მონაკვეთის $(4\,;1)$ შუაწერტილზე გამავალი წრფე, რომლის დახრის კოეფიციენტია m, განტოლებით ასე ჩაიწერება: $y - 1 = m(x - 4)$;
$y = -x + 5$ და $y - 1 = m(x - 4)$ წრფეთა მართობულობიდან მივიღებთ: $m = 1$. საბოლოოდ,
$y - 1 = x - 4$; $y = x - 3$.
პასუხი: $y = x - 3$.

14.
შეადგინეთ წრფის განტოლება და ააგეთ შესაბამისი წრფე, რომელიც გადის $A(1;\,6)$ წერტილზე და ორდინატთა ღერძს ჩამოკვეთს $b = 3$ სიგრძის ტოლ მონაკვეთს.
ამოხსნა.
რადგან წრფე გადის $(1\,;6)$ და $(0\,;3)$ წერტილებზე, ორ წერტილზე გამავალი წრფის განტოლების მიხედვით, ვწერთ: $\frac{x-1}{0-1} = \frac{y-6}{3-6}$; ე.ი. $y = 3x + 3$.
პასუხი: $y = 3x + 3$ (ნახაზი 1).



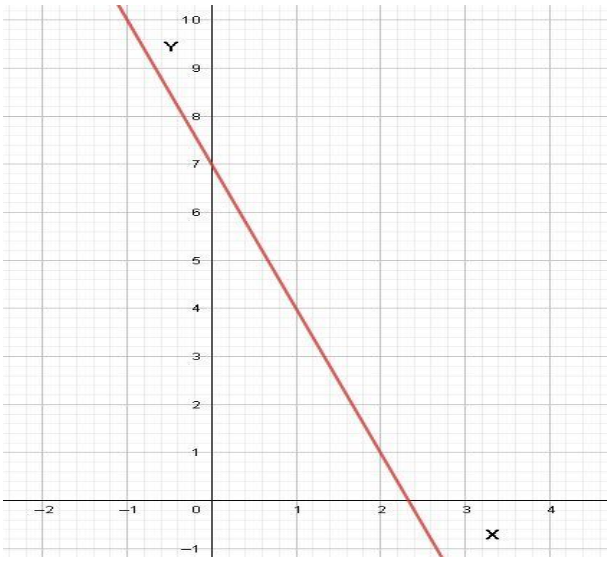
ნახაზი 1



ნახაზი 2

16(ა).
ააგეთ $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1$ წრფე.
ამოხსნა:
წრფე აგებულია ღერძთა მონაკვეთების მიხედვით (ნახაზი 2).

16(ზ)
ააგეთ $y = -3x + 7$ წრფე .
ამოხსნა:
ნახაზის ასაგებად ვიპოვოთ მოცემული წრფის ღერძებთან გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები: (0; 7) და (7/3 ; 0)



18.
აჩვენეთ, რომ $5x - 6y + 4 = 0$ და $20x - 24y - 13 = 0$ წრფეები პარალელურია.
ამოხსნა:
გამოვთვალოთ თითოეული წრფის დახრის კოეფიციენტი: $m_1 = \frac{5}{6}$; $m_2 = \frac{5}{6}$. რადგან დახრის კოეფიციენტები ტოლია და მოცემულ წრფეებს აქვს ერთი მაინც განსხვავებული წერტილი, ამიტომ წრფეები პარალელურია (მაგალითად, $(-0{,}8\ ;\ 0)$ წერტილი ეკუთვნის $5x - 6y + 4 = 0$ წრფეს და არ ეკუთვნის $20x - 24y - 13 = 0$ წრფეს).
პასუხი: წრფეები პარალელურია.

20.
იპოვეთ $2x - 3y + 4 = 0$ და $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ წრფეების გადაკვეთის წერტილის კოორდინატები.
ამოხსნა:
შევადგინოთ $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$ განტოლებათა სისტემა და ამოვხსნათ: $4x = 2$; $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{5}{3}$.
პასუხი: წრფეების გადაკვეთის წერტილის კოორდინატებია $\left(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{5}{3}\right)$.

23.
იპოვეთ მანძილი $A(2\ ;-5)$ წერტილიდან $x - 3y + 5 = 0$ წრფემდე.
ამოხსნა:
$(x_0\ ;\ y_0)$ წერტილიდან $Ax + By + C = 0$ წრფემდე d მანძილი გამოითვლება ფორმულით:

$$d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right| = \left|\frac{1.2 - 3(-5) + 5}{\sqrt{1^2 + 3^2}}\right| = \frac{22}{\sqrt{10}} .$$

პასუხი: მანძილი წერტილიდან წრფემდე არის $\frac{22}{\sqrt{10}}$.

25.
იპოვეთ კუთხე $\sqrt{3}x - y - 5 = 0$ და $\sqrt{3}x + y = 1$ წრფეებს შორის.
ამოხსნა.
ვიპოვოთ თითოეული წრფის დახრის კოეფიციენტი და გამოვიყენოთ ორ წრფეს შორის კუთხის გამოსათვლელი ფორმულა: $m_1 = \sqrt{3}$ და $m_2 = -\sqrt{3}$; $tg\alpha = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right| = \left|\frac{-\sqrt{3} - \sqrt{3}}{-2}\right| = \left|\frac{2\sqrt{3}}{2}\right| = \sqrt{3}$.
აქედან $\alpha = 60^0$.
პასუხი: კუთხე წრფეებს შორის არის 60^0 .